

# ANÁLISE DE CISALHAMENTO EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS

Lucas Diego Da Silva Lopes

Prof. Fabio Albino de Souza

Instituto de Educação Tecnológica De Luca Daher (IDD)

Curso de Estruturas Protendidas - SP

14/02/2020

## Resumo

O presente artigo tem como premissa descrever e analisar o comportamento das lajes alveolares protendidas, quanto sua resistência ao cisalhamento em região fissurada. Este trabalho, apresenta os procedimentos que podem ser empregados nas indústrias de pré-fabricados, para análise dos painéis alveolares protendidos, de modo a garantir a qualidade dos produtos e em conformidade com as normas vigentes.

Através de estudos de casos, foi realizado a verificação de cisalhamento com duas tipologias de painéis de lajes alveolares. Os resultados obtidos foram comparados no Estado Limite Último e Estado Limite de Serviço. Foram discutidos os valores e fornecidas conclusões e recomendações para ensaios futuros.

Esta análise se deve ao fato de que com a crescente demanda na utilização das lajes alveolares ao longo dos últimos anos no Brasil, há uma necessidade da correta avaliação da capacidade efetiva desses elementos, visto que não possuem armadura para combater o esforço cortante. Desta forma, este trabalho apresenta uma avaliação quantitativa, elaborada a partir de critérios de análises e através de cálculos de resistência das lajes alveolares, quando submetidas aos esforços de cisalhamento, de modo a verificar o comportamento dos painéis de acordo com as recomendações da Norma Brasileira (NBR 6118:2014). Apresentando resultados como principal objetivo de auxiliar os profissionais, empresas de pré-fabricados, na elaboração de projetos e verificações desses elementos.

**Palavras-chave:** Lajes alveolares protendidas, Cisalhamento, Flexão, Cálculo, Verificações.

## Abstract

The present article has as premise to describe and analyze the behavior of prestressed hollow core slabs, regarding their shear resistance in cracked region. In this work, we present the procedures that can be used in the prefabricated industries, for the analysis of prestressed hollow core panels, in order to guarantee the quality of the products and in accordance with the current regulations.

Through case studies, shear verification was carried out with two types of hollow core slab panels. The results obtained were compared, in the Last Limit State and Service Limit State. the values were discussed and conclusions and recommendations for future trials were provided.

This analysis is due to the fact that with the increasing demand in the use of hollow core slabs over the last few years in Brazil, there is a need for the correct assessment of the effective capacity of these elements, since they do not have armor to combat the shear stress. In this way, this work presents a quantitative evaluation, elaborated from analysis criteria and through calculations of resistance of the hollow slabs, when submitted to the shear efforts, in order to verify the behavior of the panels according to the recommendations of the Standard Brazilian (NBR 6118: 2014). Presenting results as the main objective of assisting professionals, prefabricated companies, in the elaboration of projects and verifications of these elements.

**Keywords:** prestressed hollow core slabs, shear, bending, calculation, checks.

## Introdução

Com a industrialização na construção civil por meio de inovações tecnológicas, vem surgindo o aumento da demanda pela eficiência, controle dos processos e otimização dos recursos materiais e de mão de obra, de modo a garantir componentes com melhor desempenho, durabilidade, sustentabilidade e menor custo de produção.

As empresas especializadas em construções residenciais e industriais vêm demonstrando grande interesse pela racionalização e aperfeiçoamento de seus processos produtivos. Essa racionalização se dá por meio da industrialização, com o uso de elementos fabricados fora do canteiro de obra, com alto grau de qualidade e tecnologias.

Catoia (2011) assegura que o emprego de peças pré-fabricadas de concreto na construção civil representa um razoável progresso em termos construtivos, permitindo a racionalização e o aperfeiçoamento técnico das obras. A autora cita também, que a utilização de estruturas pré-fabricadas permite uma maior eficiência estrutural, com a utilização elementos mais esbeltos, com um uso otimizado de materiais e com uma grande redução do desperdício de recursos. Assim, a utilização desse sistema torna possível a obtenção de edifícios com maiores áreas livres e vãos superiores aos convencionais, o que já pode ser observado nos vãos de lajes e de coberturas usuais do sistema.

Migliore (2013) afirma que as construções de concreto convencional, quando comparado com outros sistemas construtivos, tem se baixa produtividade, desperdício de materiais, morosidade, baixo controle de qualidade no projeto e na produção, dificuldade no cumprimento dos prazos, e que a solução para esses casos é a pré-fabricação desses produtos.

A norma NBR 9062 (2017) define estes métodos diferenciando-os pela qualidade do produto, sendo os elementos pré-moldados aqueles que são produzidos fora do local de utilização definitiva na estrutura, ou seja, feitos nos canteiros de obra com o uso de sistemas tecnológicos, mas com menor controle de qualidade, e para os pré-fabricados, a mesma detalha como elementos executados industrialmente, fora do local de utilização e com controle de qualidade mais rigoroso.

Migliore (2013) cita que a redução das deficiências e o melhor aproveitamento na produção de estruturas de concreto é alcançada com os pré-fabricados protendidos.

Na construção civil, as lajes são os componentes indispensável às estruturas, trabalham como elementos estruturais de fechamentos com objetivo servir de piso ou cobertura para as edificações. São responsáveis por receber as cargas do uso da construção e transmitir diretamente para as alvenarias, vigas, pilares e fundações.

Dentre as lajes pré-fabricadas que vêm sendo bastante utilizadas na construção civil, estão as lajes alveolares protendidas. A importância do conhecimento desses modelos de lajes atualmente no mercado são essenciais para elaborações de projetos e dimensionamentos, que atendem as normas específicas brasileiras e as necessidades de cada obra.

O sistema de lajes alveolares destaca-se, pela agilidade do processo de execução nas estruturas, pois garante uma rápida montagem no canteiro de obras, além de não haver necessidade do uso de formas e escoramentos.

Petrucelli (2009) assegura que o sistema de lajes de piso em concreto pré-moldado oferece uma solução econômica e versátil, que pode ser usada em variados tipos de edificações. Mundialmente, aproximadamente metade das edificações (comerciais e residenciais) utiliza este tipo de piso. Comparado às estruturas moldadas in loco, de madeira e a composição de aço e concreto, as lajes pré-moldadas, para diversas situações, apresentam mais vantagens, tanto no projeto quanto no custo.

Catoia (2011) destaca que a utilização das lajes alveolares protendidas é justificada por suas grandes vantagens, das quais estão citadas abaixo:

- Uma grande gama de aplicações, como pisos, coberturas e paredes;
- Baixos custos de produção;
- Processo de produção altamente mecanizado e automatizado;
- Características vantajosas carga-vão, devido ao baixo peso próprio, decorrente do emprego de concreto de alta resistência e da alta taxa de protensão;
- Isolamento acústico.

Neilton (2007) afirma que as lajes alveolares são produzidas em indústrias pelo processo de extrusão ou formas deslizantes. Posteriormente, são transportadas até o local de utilização. Essas lajes se destacam pelo ágil processo de produção e da cura, que são submetidas e caracterizadas pelo fácil manuseio, movimentação e transporte, já que esse processo ocorre com a utilização de equipamentos especiais como guias e guindastes. São peças econômicas visto que sua transversal permite uma redução no consumo de materiais (concreto e cordoalha para protensão).

Mello (2004) declara que as lajes alveolares mais utilizadas no Brasil, possuem largura normalmente de um metro e vinte e cinco centímetros, com espessuras que variam de doze a trinta centímetros, sendo considerado na etapa de cálculo uma capa com espessura média de cinco centímetros de concreto, que contribui para um aumento da capacidade de resistência a flexão e ao cisalhamento, além de servir para a solidarização dos painéis in loco.

São vários os fatores que influenciam na resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas, como, por exemplo, a geometria dos alvéolos. Porém, o fator mais importante é a resistência à tração do concreto, uma vez que esse modelo de laje não possui reforço, como uma armadura transversal, para esse tipo de solicitação.

Neste artigo, são analisadas as capacidades resistentes das lajes alveolares, submetidas aos esforços de cisalhamento, verificando o comportamento dos painéis de modo a atender as normas existentes atualmente.

## **Desenvolvimento**

O dimensionamento e projeto das lajes alveolares demandam, um cuidado de modo a garantir a qualidade da capacidade do produto, atendendo todas as etapas de fabricação e utilização, (concretagem, transporte e montagem, já que esse modelo de sistema não possuem estribos para atender o estado limite último ou armadura para o esforço cortante. Por este motivo há várias rupturas que podem ocorrer na utilização deste produto, devendo serem rigorosamente verificadas nas etapas de projeto.

Os principais modos de rupturas das lajes alveolares são: falha por tensões de cisalhamento superiores à tensão de tração do concreto na nervura, falha combinada de cisalhamento, flexão e escorregamento da armadura ativa, falha por perda de ancoragem, falha por flexão com risco de escorregamento da armadura ativa na região dos apoios da laje.

No cálculo das lajes leva-se em consideração as necessidades do projeto e as considerações a serem adotadas, entre elas: a continuidade entre os panos de lajes, ações utilizadas, incremento do momento de inércia pela capa de concreto, solidarização da capa de concreto com a laje de modo a formar um diafragma e/ou outras combinações.

Outras soluções estruturais possíveis para este sistema são: lajes simplesmente apoiadas; lajes contínuas no apoio central, mas livres para o giro nos apoios de extremidade; lajes

contínuas em todos os apoios. Nos casos das considerações de continuidade nas lajes é necessário uma verificação no posicionamento e na quantidade de armadura passiva colocada para resistir ao momento fletor junto ao apoio.

Ferreira (2007) ressalta que a resistência ao cisalhamento da laje alveolar pode ser governada por dois mecanismos básicos: a) quando a força de cisalhamento próxima ao apoio produz uma tensão principal de tração em um ponto crítico da nervura entre os alvéolos, excedendo a resistência de tração do concreto; b) quando a tensão de tração produzida por cisalhamento é combinada com outras tensões de tração no concreto, como por exemplo, as tensões de tração causadas pela introdução da força de protensão na região de transferência e/ou por tensões de tração causadas pela presença combinada de flexão.

## **Modelo Teórico de Cálculo**

Neilton (2007) enfatiza que atualmente no Brasil, a análise da resistência dos elementos de lajes alveolares próximo ao apoio é feita através da NBR 6118 (2014) que se baseia nas normas europeias. Caso o esforço cortante atuante seja maior que o máximo calculado, a norma prescreve o preenchimento dos alvéolos para aumentar a área da seção de concreto da laje na região em que o cortante atuante é maior que o máximo. O ganho da resistência ao cisalhamento ao preencher os alvéolos é considerado proporcional à área do concreto, desconsiderando a possibilidade de escorregamento da armadura ou falha na interface entre concreto do alvéolo e do elemento de laje. Esse aspecto foi analisado através dos ensaios com preenchimento de dois e quatro alvéolos com graute, sem adição de armadura nos mesmos.

De acordo com a norma brasileira, a verificação da resistência ao cisalhamento de projeto é calculada da seguinte forma:

### **Resistência a flexão:**

A determinação da resistência à flexão devem seguir as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014) e ABNT NBR 9062 (2017 admitindo a ausência de armadura passiva.

Para seções transversais compostas, incorpora-se na altura de dimensionamento a altura da capa estrutural devendo-se especificar no projeto a espessura mínima correspondente à capa de concreto nesta seção

### **Resistência ao Cisalhamento:**

-  $V_{sd} \leq VRd1$ , onde a tensão de cisalhamento se combina com as tensões de tração oriundas da protensão ou da flexão da peça;

Essa verificação da resistência ao cisalhamento é uma verificação combinada com a flexão, isso se deve ao fato da laje alveolar não possuir estribos, desta forma podem ocorrer fissuras na seção transversal da laje, decorrente da flexão, onde existam momentos significativos na peça.

-  $V_{sd} \leq VRd2$ , onde a tensão de cisalhamento supera a resistência à tração diagonal do concreto na nervura do alvéolo.

Neste caso verifica-se a resistência à compressão na nervura em relação aos esforços de tração no sentido perpendicular da mesma.

Sendo que a verificação à força cortante normalmente é feita na seção transversal mais crítica ao longo do vão do elemento, a partir da distância de  $0,5h$  da extremidade do seu apoio, sendo  $h$  a altura da laje (ou  $h_{tot}$  para seções composta, painel alveolar + capa).

O cálculo da resistência ao cisalhamento pode ser obtida pela seguintes etapas:

**Verificação da compressão diagonal do concreto ( $V_{sd} \leq V_{rd2}$ ):**

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot 0,9 \cdot d \cdot \Sigma b_w$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd2, capa} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \cdot 0,9 \cdot d_{tot} \cdot \Sigma b_w$$

**Onde:**

$v = 0,7 - f_{ck} / 200 \geq 0,5$ , sendo  $f_{ck}$  em MPa;

$d$  - é a altura útil da seção transversal da laje alveolar;

$d_{tot}$  - é a altura útil da seção transversal seção composta (laje+capa);

$\Sigma b_{w,1}$  - é o somatório das nervuras da laje alveolar;

$\Sigma b_{w,2}$  - é o somatório das nervuras (internas e externas) da laje alveolar e da parcela da seção com alvéolos preenchidos

**Verificação da resistência flexão-cisalhamento ( $V_{sd} \leq V_{rd1}$ ):**

A resistência  $V_{Rd1}$  à força cortante de lajes alveolares com ou sem capeamento estrutural deve ser calculada segundo a expressão:

$$V_{Rd1} = V_{c,1} + V_{p1}$$

**Onde:**

$$V_{c,1} = 0,25 f_{ctd} k (1,2 + 40 \rho_1)$$

$$V_{p,1} = 0,15 \sigma_{cp,1} \Sigma b_{w,1} d$$

$$\Sigma b_{w,1} = \Sigma b_{w,ext} + \Sigma b_{w,int}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{\Sigma b_{w,1} d}$$

$$\sigma_{cp,1} = \frac{N_p}{A_c} \alpha, \text{ com } \alpha = l_x / l_{pt2} \text{ e } (l_{pt2} = 85\emptyset)$$

$$A_c$$

$k = 1,6 - d \geq 1$ , com  $d$  em metros ( $m$ )

### **Verificação da resistência flexão-cisalhamento ( $V_{sd} \leq V_{rd2}$ ):**

#### **Onde:**

$V_{Rd1}$  - é a força cortante resistente de cálculo na seção, com ou sem capa estrutural;

$f_{ctd}$  - é a resistência à tração de projeto do concreto pré-moldado e do moldado no local;

$\Sigma b_{w,1}$  - é o somatório das nervuras (internas e externas) da laje alveolar;

$A_s$  - é a área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

$\rho_1$  - corresponde à taxa de armadura específica para a seção da laje alveolar pré-moldada;

$d$  - é a altura útil total da seção transversal, considerando a altura da laje alveolar ( $d$ ) ou da laje alveolar mais a altura da capa na seção composta ( $d = d_{tot}$ );

$\sigma_{cp,1}$  - é a tensão de compressão do concreto devido à força de protensão de projeto para o caso da laje sem alvéolo preenchido (ou com alvéolo preenchido após a liberação da protensão);

$N_p$  - é a força de protensão final, depois de todas as perdas;

$A_c$  - é a área da seção transversal de concreto da laje alveolar pré-moldada;

### **Verificação da resistência flexão-cisalhamento ( $V_{sd} \leq V_{rd2}$ ):**

Nos casos em que os alvéolos da laje alveolar serem preenchidos antes da liberação da protensão na pista, a resistência à força cortante é calculada pela seguinte equação:

$$V_{Rd1,a1} = V_{c,2} + V_{p,2}$$

#### **Sendo:**

$$V_{c,1} = 0,25 f_{ctd} k (1,2 + 40 \rho_2) \Sigma b_{w,2} d$$

$$V_{p,2} = 0,15 \sigma_{cp,2} \Sigma b_{w,2} d$$

$$\Sigma b_{w,2} = \Sigma b_{w,ext} + \Sigma b_{w,int} + 0,5 n b_{alv} E_c / E_p$$

$$\rho_2 = \frac{A_s}{\Sigma b_{w,2} d}$$

$$\sigma_{cp,2} = \frac{N_p}{A_{c,2}} \alpha' \quad , \quad \text{com } A_{c,2} = A_c + n A_{alv}$$

### Verificação da resistência flexão-cisalhamento ( $V_{sd} < V_{rd2}$ ):

**Onde:**

$V_{Rd1,a1}$  - é a força cortante resistente de cálculo na seção, com ou sem capa estrutural, com alvéolos preenchidos antes da liberação da protensão;

$\Sigma b_{w,2}$  - é o somatório das nervuras (internas e externas) da laje alveolar e da parcela da seção com alvéolos preenchidos;

$\rho_2$  - corresponde à taxa de armadura específica para a seção da laje alveolar pré-moldada com alvéolo preenchido;

$\sigma_{cp,2}$  - é a tensão de compressão do concreto devido à força de protensão de projeto para o caso da laje com alvéolos preenchidos antes da liberação da protensão;

$n$  - é a quantidade de alvéolos preenchidos;

$A_{alv}$  - é a área da seção transversal do alvéolo, conforme sua geometria.

$E_c / E_p$  - é a relação entre o módulo de elasticidade do concreto moldado no local ( $E_c$ ) e do concreto pré-moldado ( $E_p$ ).

### Verificação da resistência flexão-cisalhamento ( $V_{sd} < V_{rd2}$ ):

Nos casos em que os alvéolos da laje alveolar serem preenchidos após a liberação da protensão na pista, a resistência à força cortante é calculada pela seguinte equação:

$$V_{Rd1,a2} = V_{c,2} + V_{p,1}$$

**Onde:**

$V_{Rd1,a2}$  - é a força cortante resistente de cálculo na seção, com ou sem capa estrutural, com alvéolos preenchidos após a liberação da protensão.

### Exemplo Numérico 1

Neste Exemplo numérico 1, foi elaborado o dimensionamento de uma laje alveolar bi-apoiada, com vão máximo de 7 conforme a figura abaixo, dimensionando a protensão necessária considerando protensão limitada, verificando a resistência da peça quanto ao esforço cortante.

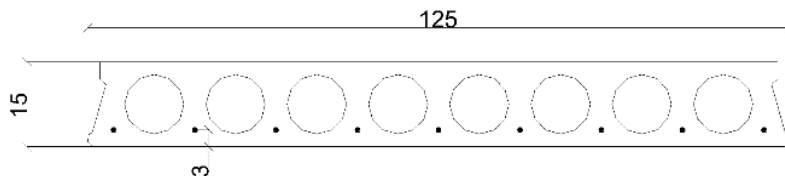


Figura 1 – Seção Laje Alveolar H20. (PUMA LAJES ALVEOLARES, 2020)

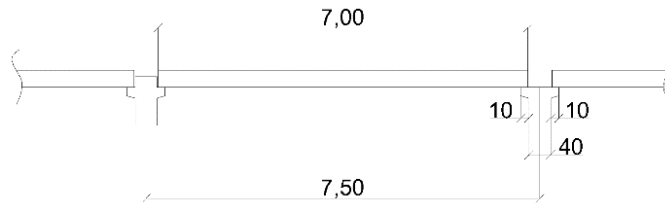


Figura 2 – Vão de apoio da laje alveolar. (AUTORIA PRÓPRIA, 2020)

### Análise do cisalhamento na laje alveolar

#### Dados:

Laje H15+5 – Vão máximo = 7,00m

#### Carregamento Considerado:

Peso Próprio H15            230 kgf/m<sup>2</sup>  
 Capeamento (h=5cm)    150 kgf/m<sup>2</sup>

#### Materiais:

Laje: Concreto fck = 40 MPa  
 Capeamento: Concreto fck = 30 MPa

Carga Acidental            500 kgf/m<sup>2</sup>  
 Revestimento                100 kgf/m<sup>2</sup>

#### Carregamentos:

Peso Próprio:             $g_0 = 2,3 \times 1,25 = 2,88 \text{ KN/m}$   
 Capa:                       $g_1 = 1,50 \times 1,25 = 1,88 \text{ KN/m}$   
 Revestimento:           $g_2 = 1,0 \times 1,25 = 1,25 \text{ KN/m}$   
 Sobrecarga:              $q = 5,0 \times 1,25 = 6,25 \text{ KN/m}$

Sendo: ( $\Psi_1=0,6$ ;  $\Psi_2=0,4$ )

#### Momentos:

$$\left. \begin{aligned} Mg_0 &= \frac{2,88 \times 7^2}{8} = 17,64 \text{ Kn/m} \\ Mg_1 &= \frac{1,88 \times 7^2}{8} = 11,52 \text{ Kn/m} \end{aligned} \right\} T_0$$

$$\left. \begin{aligned} Mg_2 &= \frac{1,25 \times 7^2}{8} = 7,66 \text{ Kn/m} \\ Mq &= \frac{6,25 \times 7^2}{8} = 38,28 \text{ Kn/m} \end{aligned} \right\} T_1$$

#### Propriedades Geométricas

- Seção Pré-Fabricada:

$$Aco = 1119 \text{ cm}^2$$

$$e_p = y_i - d' = 7,41 - 3,0 = 4,41 \text{ cm}$$

$$Ico = 29407 \text{ cm}^4$$

$$w_i = 29407 / 7,41 = 3969 \text{ cm}^3$$

$$y_i = 7,41 \text{ cm}$$



- Seção Composta:

$$A_{ci} = 1599 \text{ cm}^2$$

$$I_{ci} = 64585 \text{ cm}^4$$

$$w_{i1} = 64585 / 10,44 = 6186 \text{ cm}^3$$

$$y_i = 10,44 \text{ cm}$$

### ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESSÃO

$$\sigma_{ci} \leq 0$$

Combinação Quase Permanente

$$M_{cqp} = M_g + \Psi_2 \times M_q$$

$$\frac{P_{\infty}}{A_{co}} + \frac{P_{\infty} \times e_p}{w_{i0}} + \frac{M_0}{w_{i0}} + \frac{M_1}{w_{i1}} \leq 0$$

$$\frac{P_{\infty}}{1119} + \frac{P_{\infty} \times 4,4}{3969} + \frac{(17,64+11,52) \times 100}{3969} + \frac{(7,66 + 0,4 \times 38,28) \times 100}{6186} \leq 0$$

$$P_{\infty} \leq -551,7 \text{ KN} \longrightarrow |P_{\infty}| \geq 551,7 \text{ KN}$$

### ESTADO LIMITE DE FORMAÇÃO DE FISSURAS

Combinação Freqüente

$$\sigma_{ci} \leq f_{ctf} = \alpha \times f_{ctk1 \text{ inf}}$$

$$M_{cf} = M_g + \Psi_1 \times M_q$$

$$\alpha = 1,3 \text{ para seção I}$$

$$f_{ctk1 \text{ inf}} = 0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctk1 \text{ inf}} = 0,7 \times 0,3 \times 40^{2/3} = 2,46 \text{ Mpa} = 0,246 \text{ KN/cm}^2$$

$$\frac{P_{\infty}}{A_{co}} + \frac{P_{\infty} \times e_p}{w_{c0}} + \frac{M_0}{w_{c0}} + \frac{M_1}{w_{c1}} \leq f_{ctk1 \text{ inf}}$$

$$\frac{P_{\infty}}{1119} + \frac{P_{\infty} \times 4,41}{3969} + \frac{(17,64+11,52) \times 100}{3969} + \frac{(7,66 + 0,6 \times 38,28) \times 100}{6186} \leq 1,3 \times 0,246$$

$$P_{\infty} \leq -453,7 \text{ KN} \longrightarrow |P_{\infty}| \geq 453,7 \text{ KN}$$

$$P_i = \frac{P_{\infty}}{0,8} = \frac{551,7}{0,8} = 689,6 \text{ KN}$$

$$9 \text{ } \varnothing 9,5 \quad F_p = 80 \text{ KN} \quad (P_i = 720 \text{ KN})$$

## ESTADO LIMITE ÚLTIMO

$$\text{epre} \cong \gamma_p \frac{P_{\infty}}{E_p \times A_p} = 1,0 \times 1450 \times 0,8 = 0,0058 = 5,8\%$$

$$M_{rd} = 113 \text{ KN/m}$$

$$M_{sd} = 1,4 \times (17,64 + 11,52 + 7,66 + 38,28) = 105,1 \text{ KN/m}$$

$$M_{sd} \leq M_{rd} \longrightarrow \text{OK!}$$

$$p_d = 1,4 \times (2,88 + 1,88 + 1,25 + 6,25) = 17,16 \text{ KN}$$

$$V_{sd} = 17,16 \times \frac{6,7}{2} = 57,49 \text{ KN}$$

## RESISTÊNCIA A FORÇA CORTANTE

$$V_{sd} \leq V_{rd1} = V_{c1} + V_{p1} = 58,19 + 11,81 = 70 \text{ KN}$$

$$V_{c1} = 0,25 f_{ctd} \times k (1,2 + 40 p_1) \Sigma b_{w1} \times d_{tot}$$

$$V_{c1} = 0,25 \times 0,175 \times 1,43 (1,2 + 40 \times 0,0081) \times 35,9 \times 17 = 58,19 \text{ KN}$$

$$F_{ctd} = \frac{f_{ctk \text{ inf}}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times 0,3 \times 40^{2/3}}{1,4} = 1,75 \text{ Mpa} = 0,175 \text{ KN/cm}^2$$

$$k = 1,6 - d_{tot} = 1,6 - 0,17 = 1,43 \geq 1,0$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{\Sigma b_{w1} \times d_{tot}} = \frac{9 \times 0,55}{35,9 \times 17} = 0,0081$$

$$\Sigma b_{w1} = \Sigma b_{int} + \Sigma b_{ext} = 7 \times 3,9 + 2 \times 4,3 = 35,9 \text{ cm}$$

$$V_{p1} = 0,15 \sigma_{ci} \times \Sigma b_{w1} \times d_{tot} = 0,5 \times 0,129 \times 35,9 \times 17 = 11,81 \text{ KN}$$

$$\sigma_{cp1} = \frac{N_p}{A_c} \quad \alpha = \frac{0,8 \times 9 \times 80}{1119} \times 0,25 = 0,129 \text{ KN/cm}^2$$

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} = \frac{20}{80,7} = 0,25$$

$$l_{pt2} \cong 85 \varnothing = 85 \times 0,95 = 80,7 \text{ cm}$$

## COMPRESSÃO DIAGONAL

$$V_{sd} \leq V_{rd2} = 0,5 \times u \times f_{cd} \times 0,9 \times \dot{\times} \Sigma b_{w1}$$

$$V_{kd2} = 0,5 \times 0,9 \times \frac{4,0}{1,4} \times 0,9 \times 17 \times 35,9 = 706,2 \text{ KN}$$

$$u = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} = 0,7 - \frac{40}{200} = 0,9 \geq 0,5$$

$$V_{sd} = 57,49 \text{ KN} \leq V_{rd2} = 706,2 \text{ KN}$$

## Exemplo Numérico 2

Neste Exemplo numérico 2, foi elaborado o dimensionamento de uma laje alveolar bi-apoiada, com vão máximo de 10 conforme a figura abaixo, utilizando outra geometria de alvéolo, (exagonal, dimensionando a protensão necessária, considerando protensão limitada, verificando a resistência da peça quanto ao esforço, afim de comparar com o exemplo numérico 1, o comportamento do cisalhamento na peça, quando utilizado outra espessura, Fck, vão máximo e geometria da peça.

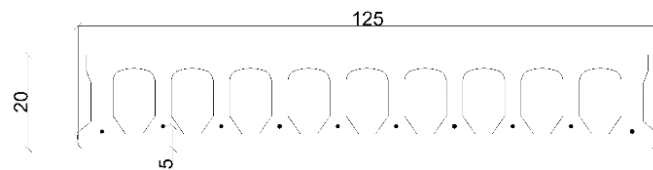


Figura 3 – Seção Laje Alveolar H20. (PUMA LAJES ALVEOLARES, 2020)

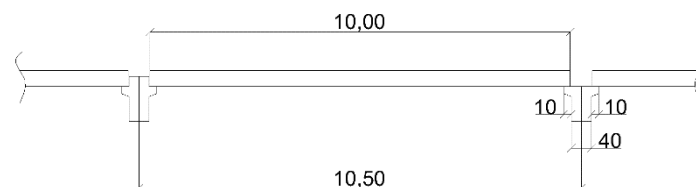


Figura 4 – Vão de apoio da laje alveolar. (AUTORIA PRÓPRIA, 2020)

## Análise do cisalhamento na laje alveolar

### Dados:

Laje H20+5 – Vão máximo = 10,00m

### Carregamento Considerado:

Peso Próprio H15	270 kgf/m <sup>2</sup>
Capecamento (h=5cm)	150 kgf/m <sup>2</sup>
Carga Acidental	200 kgf/m <sup>2</sup>
Revestimento	100 kgf/m <sup>2</sup>

### Materiais:

Laje: Concreto fck = 45 MPa  
Capecamento: Concreto fck = 30 MPa

### Carregamentos:

Peso Próprio:  $g_0 = 2,7 \times 1,25 = 3,40 \text{ KN/m}$   
Capa:  $g_1 = 1,50 \times 1,25 = 1,88 \text{ KN/m}$   
Revestimento:  $g_2 = 1,0 \times 1,25 = 1,25 \text{ KN/m}$   
Sobrecarga:  $q = 2,0 \times 1,25 = 2,50 \text{ KN/m}$

Sendo: ( $\Psi_1=0,6$ ;  $\Psi_2=0,4$ )

### Momentos:

$$\left. \begin{aligned} Mg_0 &= \frac{3,40 \times 10^2}{8} = 42,50 \text{ Kn/m} \\ Mg_1 &= \frac{1,88 \times 10^2}{8} = 23,50 \text{ Kn/m} \end{aligned} \right\} T_0$$
$$\left. \begin{aligned} Mg_2 &= \frac{1,25 \times 10^2}{8} = 15,63 \text{ Kn/m} \\ Mq &= \frac{2,50 \times 10^2}{8} = 31,25 \text{ Kn/m} \end{aligned} \right\} T_1$$

### Propriedades Geométricas

- Seção Pré-Fabricada:

$$A_{co} = 1402 \text{ cm}^2 \qquad e_p = y_i - d' = 9,61 - 5,0 = 4,61 \text{ cm}$$
$$I_{co} = 66972 \text{ cm}^4 \qquad w_{i0} = 66972 / 9,61 = 6969 \text{ cm}^3$$
$$y_{i0} = 9,61 \text{ cm}$$

- Seção Composta:

$$A_{ci} = 1882 \text{ cm}^2$$
$$I_{ci} = 127417 \text{ cm}^4 \qquad w_{i1} = 127417 / 12,89 = 9885 \text{ cm}^3$$
$$y_i = 12,89 \text{ cm}$$

### ESTADO LIMITE DE DESCOMPRESSÃO

$$\sigma_{ci} \leq 0$$

Combinação Quase Permanente

$$M_{cqp} = M_g + \Psi_2 \times M_q$$

$$\frac{P_\infty}{A_{co}} + \frac{P_\infty \times e_p}{w_{i0}} + \frac{M_0}{w_{i0}} + \frac{M_1}{w_{i1}} \leq 0$$

$$\frac{P_\infty}{1402} + \frac{P_\infty \times 4,61}{6969} + \frac{(42,50+23,50) \times 100}{6969} + \frac{(15,63 + 0,4 \times 31,25) \times 100}{9885} \leq 0$$

$$P_\infty \leq -895,9 \text{ KN} \quad \longrightarrow \quad |P_\infty| \geq 895,9 \text{ KN}$$

## ESTADO LIMITE DE FORMAÇÃO DE FISSURAS

Combinação Frequente

$$\sigma_{ci} \leq f_{ctf} = \alpha \times f_{ctk1 \text{ inf}}$$

$$M_{cf} = M_g + \Psi_1 \times M_q$$

$\alpha = 1,3$  para seção I

$$f_{ctk1 \text{ inf}} = 0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctk1 \text{ inf}} = 0,7 \times 0,3 \times 45^{2/3} = 2,66 \text{ Mpa} = 0,266 \text{ KN/cm}^2$$

$$\frac{P_{\infty}}{A_{co}} + \frac{P_{\infty} \times e_p}{w_{c0}} + \frac{M_o}{w_{c0}} + \frac{M_1}{w_{c1}} \leq f_{ctk1 \text{ inf}}$$

$$\frac{P_{\infty}}{1402} + \frac{P_{\infty} \times 4,61}{6969} + \frac{(42,50+23,50) \times 100}{6969} + \frac{(15,63 + 0,6 \times 31,22) \times 100}{9885} \leq 1,3 \times 0,246$$

$$P_{\infty} \leq -941,9 \text{ KN} \longrightarrow |P_{\infty}| \geq 941,9 \text{ KN}$$

$$P_i = \frac{P_{\infty}}{0,8} = \frac{941,9}{0,8} = 1177,4 \text{ KN}$$

$$10 \text{ } \phi 12,7 \quad F_p = 120 \text{ KN} \quad (P_i = 1200 \text{ KN})$$

## ESTADO LIMITE ÚLTIMO

$$e_{pré} \cong \gamma_p \frac{P_{\infty}}{E_p \times A_p} = \frac{1,0 \times 1450 \times 0,8}{200000} = 0,0058 = 5,8\%$$

$$M_{rd} = 166 \text{ KN/m}$$

$$M_{sd} = 1,4 \times (42,50 + 23,50 + 15,63 + 31,25) = 158,0 \text{ KN/m}$$

$$M_{sd} \leq M_{rd} \longrightarrow \text{OK!}$$

$$p_d = 1,4 \times (3,40 + 1,88 + 1,25 + 2,50) = 12,64 \text{ KN}$$

$$V_{sd} = 12,64 \times \frac{9,7}{2} = 61,30 \text{ KN}$$

## RESISTÊNCIA A FORÇA CORTANTE

$$V_{sd} \leq V_{rd1} = V_{c1} + V_{p1} = 86,81 + 21,66 = 108,47 \text{ KN}$$

$$V_{c1} = 0,25 f_{ctd} \times k (1,2 + 40 \rho_1) \Sigma b_{w1} \times d_{tot}$$

$$V_{c1} = 0,25 \times 0,190 \times 1,40 (1,2 + 40 \times 0,0134) \times 37,6 \times 20 = 86,81 \text{ KN}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk \text{ inf}}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \times 0,3 \times 45^{2/3}}{1,4} = 1,90 \text{ Mpa} = 0,190 \text{ KN/cm}^2$$

$$k = 1,6 - d_{tot} = 1,6 - 0,20 = 1,40 \geq 1,0$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{\Sigma b_{w1} \times d_{tot}} = \frac{10 \times 1,01}{37,6 \times 20} = 0,0134$$

$$\Sigma b_{w1} = \Sigma b_{int} + \Sigma b_{ext} = 8 \times 3,5 + 2 \times 4,8 = 37,6 \text{ cm}$$

$$V_{p1} = 0,15 \sigma_{ci} \times \Sigma b_{w1} \times d_{tot} = 0,15 \times 0,192 \times 37,6 \times 20 = 21,66 \text{ KN}$$

$$\sigma_{cp1} = \frac{N_p}{A_c} \quad \alpha = \frac{0,8 \times 10 \times 120}{1402} \times 0,28 = 0,192 \text{ KN/cm}^2$$

$$\alpha = \frac{l_x}{l_{pt2}} = \frac{22,5}{80,7} = 0,28$$

$$l_{pt2} \cong 85 \varnothing = 85 \times 0,95 = 80,7 \text{ cm}$$

## COMPRESSÃO DIAGONAL

$$V_{sd} \leq V_{rd2} = 0,5 \times u \times f_{cd} \times 0,9 \times d_{tot} \times \Sigma b_{w1}$$

$$V_{kd2} = 0,5 \times 0,5 \times \frac{4,5}{1,4} \times 0,5 \times 20 \times 37,6 = 302,1 \text{ KN}$$

$$u = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} = 0,7 - \frac{45}{200} = 0,5 \geq 0,5$$

$$V_{sd} = 61,30 \text{ KN} \leq V_{rd2} = 302,1 \text{ KN}$$

## **Conclusão**

Este trabalho buscou apresentar e verificar os procedimentos para análise do cisalhamento em lajes alveolares recomendada pela NBR 9061 e NBR 14861.

Através da análise dos resultados com os valores obtidos teoricamente, pode-se concluir de uma forma geral, que as equações recomendadas fornecem resultados coerentes entre si, quanto à resistência ao cisalhamento de lajes alveolares protendidas considerando a seção composta (presença de capa e alvéolos preenchidos mesmo com variações de vãos), espessura do painel e resistência do concreto utilizado.

Com base neste artigo, é possível afirmar também, que em virtude do desempenho da laje alveolar ser influenciado pela interação de vários parâmetros de projeto (como geometria dos alvéolos, nível de protensão, resistência à tração do concreto e qualidade da ancoragem), além do tipo de fabricação (envolvendo tipo de equipamento e processo de extrusão ou forma deslizante) que também influencia no resultado final do produto, têm o reconhecimento que a forma mais efetiva de se avaliar o desempenho ou para validar este modelo de produto, além do cálculo teórico, seja por meio de ensaios mecânicos de elementos de lajes de cada fabricante, para que se possa haver a comprovação técnica de que o desempenho do produto atende aos requisitos de projeto, tanto para o ELU quanto para o ELS.

A partir deste estudo, espera-se ter contribuído para a definição de um padrão de verificação da resistência de cisalhamento em lajes alveolares além da contribuição para a conscientização das empresas e profissionais da área, pois com o aumento no emprego dos elementos pré-fabricados ao longo dos últimos anos no Brasil, é imprescindível que sejam tomados todos os cuidados durante a concepção e a produção assegurando uma adequada vida útil dessas estruturas, haja visto, que são muitos os fatores que influenciam no comportamento das lajes alveolares.

## **Referências**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). NBR 6118: 2013 Projeto de estruturas de concreto – Procedimentos. Rascunho.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2017). NBR 9062: 2017 Projeto de estruturas de concreto pré-moldado – Procedimentos.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). NBR 14861: 2011 Lajes Alveolares Protendidas – Requisitos e Procedimentos. Rascunho

CATOIA, Bruna. Lajes Alveolares Protendidas: Cisalhamento em Região Fissurada por Flexão. 325 f. Tese - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

FERNANDES, Neiton Santos. Lajes Alveolares Pré-Fabricadas em Concreto Protendido. 111 f. Dissertação - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

FERREIRA, M.A.; FERNANDES, N.S.; CARVALHO, R.C.; ORTENZI, A. (2007). Avaliação de desempenho da resistência ao cisalhamento em lajes alveolares pré-fabricadas em concreto protendido. Revista Concreto e Construções, São Paulo, n.48, p.46-51, out./dez.

MELO, C.E.E. (2004). Manual Munte de projetos pré-fabricados de concreto. São Paulo: Editora Pini.

MIGLIORE JUNIOR, A. R.; PASTORE. (2013). 1º Seminário Latino Americano de Protensão – Pré-fabricados Protendidos. 18 Slides Disponível em: [https://www.migliorepastore.com.br/wp-content/uploads/2014/05/Pre-fabricados\\_protendidos.pdf](https://www.migliorepastore.com.br/wp-content/uploads/2014/05/Pre-fabricados_protendidos.pdf)> Acesso em: 14 fev. 2020.

MIGLIORE JUNIOR, A. R.; PASTORE. (2015). 1º Seminário – Projeto de estruturas pré-fabricadas – Parte 1 - Reflexões sobre o projeto estrutural de pré-fabricados de concreto. 50 Slides Disponível em: [https://www.migliorepastore.com.br/wp-content/uploads/2015/09/Reflexoes\\_sobre\\_o\\_projeto\\_estrutural.pdf](https://www.migliorepastore.com.br/wp-content/uploads/2015/09/Reflexoes_sobre_o_projeto_estrutural.pdf) > Acesso em: 14 fev. 2020.

PETRUCELLI, N. S. Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas. 2009. Pag. 20-39. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Construção Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.