

LAJE ALVEOLAR PROTENDIDAS EM SISTEMA FABRIL COM ÊNFASE NA EFICIÊNCIA PRODUTIVA E ESTRUTURAL

Gabriella Fagundes Primo¹; Angelo Rubens Migliore Junior²

¹ Pós-Graduanda do curso de Especialização em Estruturas Protendidas do Instituto IDD;
gabriellafprimo@gmail.com

² Professor Doutor do curso de Especialização em Estruturas Protendidas do Instituto
IDD, rubens.migliore@gmail.com

Resumo

Este trabalho desenvolve a aplicação de fabricação de lajes alveolares protendidas em uma unidade industrial, visando atingir eficiência e otimização tanto em aspectos de dimensionamento estrutural quanto em relação a logística industrial, isto é, produtividade. A partir da descrição das lajes e o método de protensão, foram analisados como atingir uma produção otimizada e racional e ainda tornar a aplicação deste elemento prática comercialmente. Foram analisadas as limitações e características existentes em uma fábrica, como as seções disponíveis de forma e padronização de trabalho para produção dos elementos. Tais informações foram definidas em classes de delimitação das lajes alveolares para determinar uma curva de desempenho da capacidade resistente desses elementos. Para essa determinação foi desenvolvido uma planilha de dimensionamento através de um roteiro de cálculo, obedecendo critérios de segurança de estados limites. Com desenvolvimento finalizado, é possível aplicar a produção de lajes alveolares em uma fábrica de pré moldados de maneira eficiente e otimizada e ainda utilizar um ábaco prático em frente a comercialização desses elementos.

Palavras-chave: lajes alveolares, protensão, curva de desempenho.

Abstract

This research developed an application for production of hollow core slab prestressed in an industrial unit, aiming at achieving efficiency and optimization in both structural dimensioning and industrial logistics aspects, that is, productivity. From the description of the slabs and the prestressing method, was analyzed how to achieve an optimized and rational production and still make the application of this element practical commercially. For this, the limitations and characteristics existing in a factory, were analyzed, such as the available sections of form and work standardization for the production of the elements. Such information was defined in the delimitation classes of the hollow slabs and thus developed calculations to determine a performance curve of the resistant capacity of these elements. For this determination a dimensioning spreadsheet was developed through a calculation script, obeying safety criteria of limit states. With all this development completed, it is possible to apply the production of hollow core slab prestressed in a precast factory efficiently and optimized and still use a practical abacus in front of the commercialization of these elements.

Keywords: hollow core slab, prestressed, performance curve.

Introdução

Os painéis alveolares protendidos são os elementos pré-fabricados mais empregados no mundo. De acordo com El Debs (2017), são executados em pistas de concretagem com comprimentos da ordem de 100 m com a utilização de cordoalhas pré tracionadas. A fabricação de lajes alveolares em uma indústria de estruturas pré-fabricadas proporciona economia de trabalho na produção de uma unidade, aumento de produção, aumento de qualidade e redução de custos (MIGLIORE JUNIOR, 2018). Para que haja um alto nível de produtividade considera-se alguns aspectos particulares encontrados na unidade industrial, como as seções disponíveis das formas metálicas. Outro aspecto fica a cargo da padronização na execução dos projetos estruturais, de modo a determinar as lajes em classes através de curvas de desempenho da capacidade resistente. Diante disso, a grande eficiência estrutural das lajes alveolares e, conseqüentemente, seu menor custo, são alcançados quanto maior a padronização e maior a racionalização do projeto (MELO, 2007).

As lajes alveolares, já locadas em sua posição final na estrutura, podem receber uma capa de concreto moldado no local que tem a finalidade de nivelar a superfície superior entre os painéis, podendo ser estrutural com armadura de distribuição, de modo a formar uma seção composta e ampliar a seção resistente para momento fletor e para força cortante (EL DEBS, 2017). De acordo com Melo (2007), esta capa melhora o desempenho do conjunto, pois as cargas são mais bem distribuídas e as lajes trabalham de forma mais eficiente.

A aplicação de lajes alveolares protendidas em sistema fabril se torna pertinente visando alcançar a máxima eficiência do elemento, levando em consideração tanto as características estruturais quanto de produção racionalizada.

Materiais e métodos

As lajes alveolares são elementos pré-fabricados moldados em uma unidade industrial. São painéis com largura nominal variando de 100 a 125 cm, com comprimento segundo a necessidade do cliente e podendo atingir grandes vãos. Esses painéis de concreto contam com vazios longitudinais denominados de alvéolos, que reduzem o peso próprio e ainda possuem bom desempenho estrutural. São produzidos com concreto de elevada resistência e cordoalhas de aço para protensão.



Figura 1 – Lajes alveolares protendidas - O Autor (2019).

Entre as vantagens da pré-fabricação de lajes está a economia de materiais, formas e cimbramento e ainda a redução da mão de obra através da produção otimizada e de grande escala, por meio da utilização de forma metálica com comprimento total de produção na ordem de 100 m. Por ser moldado em uma unidade fabril, existe um controle de produção mais rigoroso e assim um aumento da qualidade do elemento.

Analisando a implantação de produção de laje alveolar dentro de uma fábrica de elementos pré-fabricados, é importante ponderar a uma produção otimizada, com uma logística eficiente. Para isso a padronização de produção é necessária, desde as etapas de preparação da forma até a utilização pré-determinada de cordoalhas e do concreto.

Um fator importante na fabricação é a delimitação das seções geométricas da laje, pois essas são determinadas e limitadas pela forma disponível na indústria. Através dessa geometria, é conveniente a subdivisão em classes de utilização, visando a padronização e otimização. Isto é, para uma mesma seção geométrica do elemento, é possível variar as cordoalhas de protensão, tanto em quantidade, diâmetro e força de protensão, quanto o concreto e assim subdividir em “classes”. Dessa forma, a mesma seção de laje pode atender uma variação de carregamentos e vãos organizadas em classes.

Mesmo com a utilização de classes, é importante a padronização do concreto e das cordoalhas, visando a minimização de possíveis erros de mão de obra durante a fabricação. Para o concreto é comum a utilização do material com elevada resistência, na ordem de 50 MPa, pois o concreto é responsável em resistir o esforço cortante bem como a compressão nos apoios gerada pela protensão. Já as cordoalhas, é comumente utilizado aço CP 190 RB, com diâmetros variando entre 3,5mm, 9,5mm e 12,7mm.

Para a determinação de classes e seções, é importante e necessário ponderar custos viáveis para aplicação na prática em uma indústria. Por isso se faz necessário e pertinente a otimização da produção, pois afeta a mão de obra e seu devido custo, juntamente com as escolhas dos materiais.

Para as lajes alveolares é realizada a pré tração, método de protensão onde ocorre o alongamento da armadura antes da concretagem e, dessa forma, apresenta aderência inicial entre os materiais.

A moldagem das lajes pode ser realizada através de extrusoras, moldadoras deslizantes ou ainda formas metálicas autoportantes. A diferença entre elas está em maneiras diferentes de moldagem, o que acaba influenciando também em diferentes seções de alvéolos. Para o desenvolvimento deste trabalho foi optado pela forma metálica autoportante, no qual consiste em uma pista metálica com cabeceiras rígidas que fará as ancoragens da protensão, laterais de fechamento com alturas determinadas em 16 cm e 20 cm de altura, mangueiras para formação dos alvéolos, pentes e hastes que suportam as cordoalhas e mangueiras e assim determinam a geometria da peça.

Visando a utilização prática da implantação de lajes alveolares em uma fábrica, é conveniente o desenvolvimento de uma curva de desempenho eficiente dessas lajes, tanto em aspecto estrutural quanto de produção, considerando a capacidade resistente e o vão do elemento. É interessante que essa curva de desempenho apresente um aspecto visual de fácil entendimento, de maneira que possa ser utilizada e apresentada comercialmente. Para isso a elaboração de um ábaco se torna eficaz, pois através das entradas de ação aplicada e vão teórico, é possível encontrar a classe de laje que atende as especificações solicitadas.

Para o desenvolvimento deste ábaco e a determinação das devidas classes e seções, é necessário o dimensionamento das lajes. Para esse dimensionamento foi utilizado como roteiro de cálculo o material de aula ministrada por Migliore Junior (2018), nas dependências do curso de Estruturas Protendidas da unidade de ensino IDD. Este roteiro de cálculo atende os critérios de segurança estabelecidos pela ABNT NBR 6118:2014 em relação ao Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS). O Estado Limite indica condições limites de segurança, funcionalidade e durabilidade de uma estrutura, sendo relacionado ao

colapso e desempenho diferente do especificado em sua utilização normal. De acordo com a NBR 6118:2014, o ELU consiste no estado em que a estrutura atinge esgotamento da capacidade resistente e assim risco à segurança, podendo atingir o colapso progressivo da estrutura. Enquanto o ELS consiste em critérios de segurança relacionados ao conforto do usuário, durabilidade, aparência e boa utilização, sendo verificados aspectos como formação e abertura de fissuras, deformações e vibrações excessivas, descompressão e compressão excessivas.

Visando um dimensionamento prático, afim de atender diversas possibilidades de carregamento e variações de vãos, é conveniente o desenvolvimento de uma planilha eletrônica. Neste trabalho foi utilizado uma planilha Excel e desenvolvido o roteiro de dimensionamento de lajes. Este roteiro consiste na determinação das características geométricas do elemento simples e composto (com capa estrutural); nas características dos materiais; considerações de carregamentos; coeficientes de majoração; determinação de esforços solicitantes; tensões limites para o concreto; verificações da força de protensão máxima para cordoalha; determinação da posição do cabo resultante; perdas de protensão; acréscimo de tensões; coeficientes de verificação; verificações de tensão elástica no meio do vão; verificações em vazio (ato da protensão, tempo zero); rigidez da peça; flechas e contra flechas; vibração excessiva; capacidade resistente no ELU, bem como momento e força cortante resistente; determinação do pré-alongamento e verificação da deformação total da armadura ativa.

A planilha tem como objetivo ser prática a ponto de ser necessário inserir apenas os dados variáveis. Esses dados são as características geométricas da seção transversal, resistência f_{ck} do concreto e a determinação das cordoalhas. Para a determinação das características geométricas, como altura, área, momento de inércia e centro geométrico, foi utilizado o programa AutoCad, através do comando *MASSPROP*, o qual calcula as propriedades de massa da região selecionada. Em relação às cordoalhas, é necessário determinar a quantidade de cabos e suas posições, com seus devidos diâmetros e força de protensão a serem aplicados. As variações de dados a serem inseridos são definidas pelas seções e classes das lajes. Cada seção de laje, sendo a altura h de 16 cm ou 20 cm, possui diferença na seção geométrica transversal. Diante disso é conveniente trabalhar com duas planilhas distintas para cada seção. Dentro de cada seção é possível ainda determinar as variações de arranjos de cordoalha e para cada arranjo convém definir uma classe. Em cada classe estarão definidas as características da peça tanto em geometria quanto em protensão, para assim se inserir os dados de carregamento e vão. Com todos os dados e parâmetros definidos se faz as verificações solicitantes do elemento.

A construção de uma planilha completa e eficiente é útil para a determinação da curva de desempenho, bem como para ser utilizada em situações especiais. Isto é, caso haja situação com carregamentos e vãos diferenciados, que não são atendidos pela definição do ábaco, é possível fazer as verificações através de nova classe a ser determinada com características diferentes das classes pré-definidas.

Para o desenvolvimento deste trabalho, foram determinadas as características geométricas de cada seção através de um modelo de laje e seção comercializado no mercado. Para cada classe foi estudado uma variação de arranjos de cordoalha de modo que atendesse de maneira mais ampla possível as variações de carregamento e vão. As figuras 2, 3 e 4 apresentam o detalhamento de cada classe determinada.

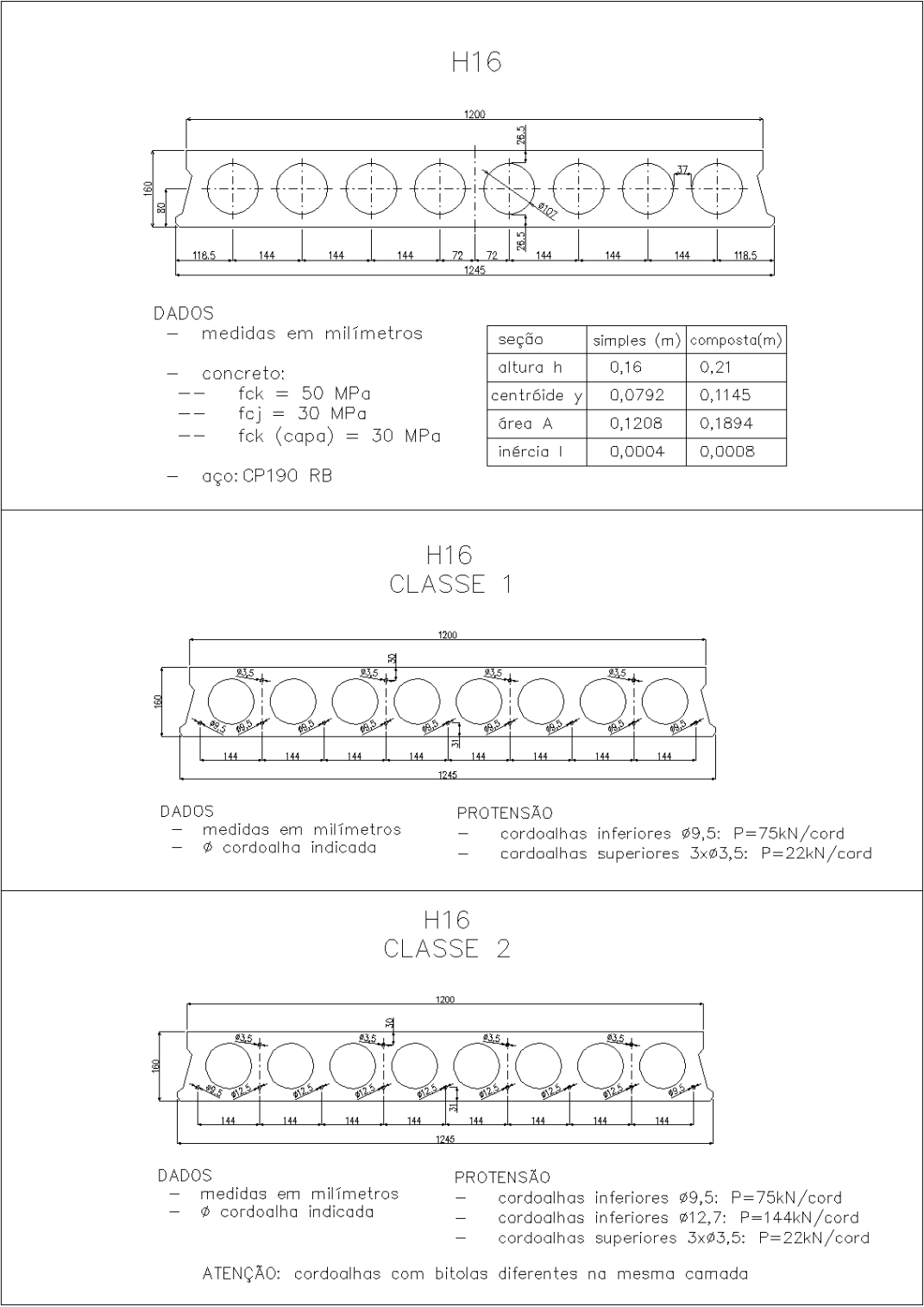


Figura 2 – Seção transversal geométrica e arranjo de cordoalhas de laje alveolar h 16 cm, classe 1 e 2 - O Autor (2019).

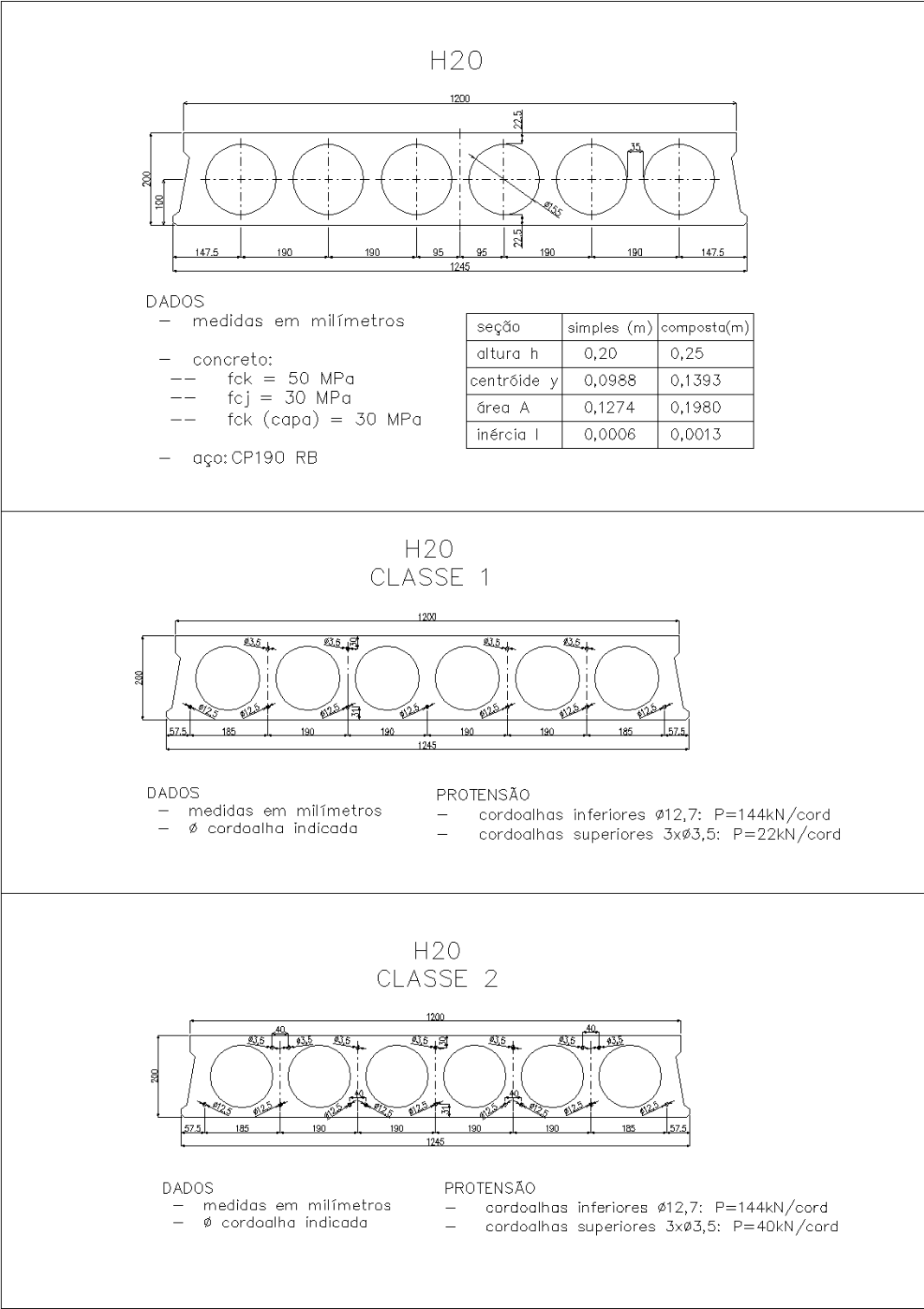


Figura 3 – Seção transversal geométrica e arranjo de cordoalhas de laje alveolar h 20 cm, classe 1 e 2 - O Autor (2019).

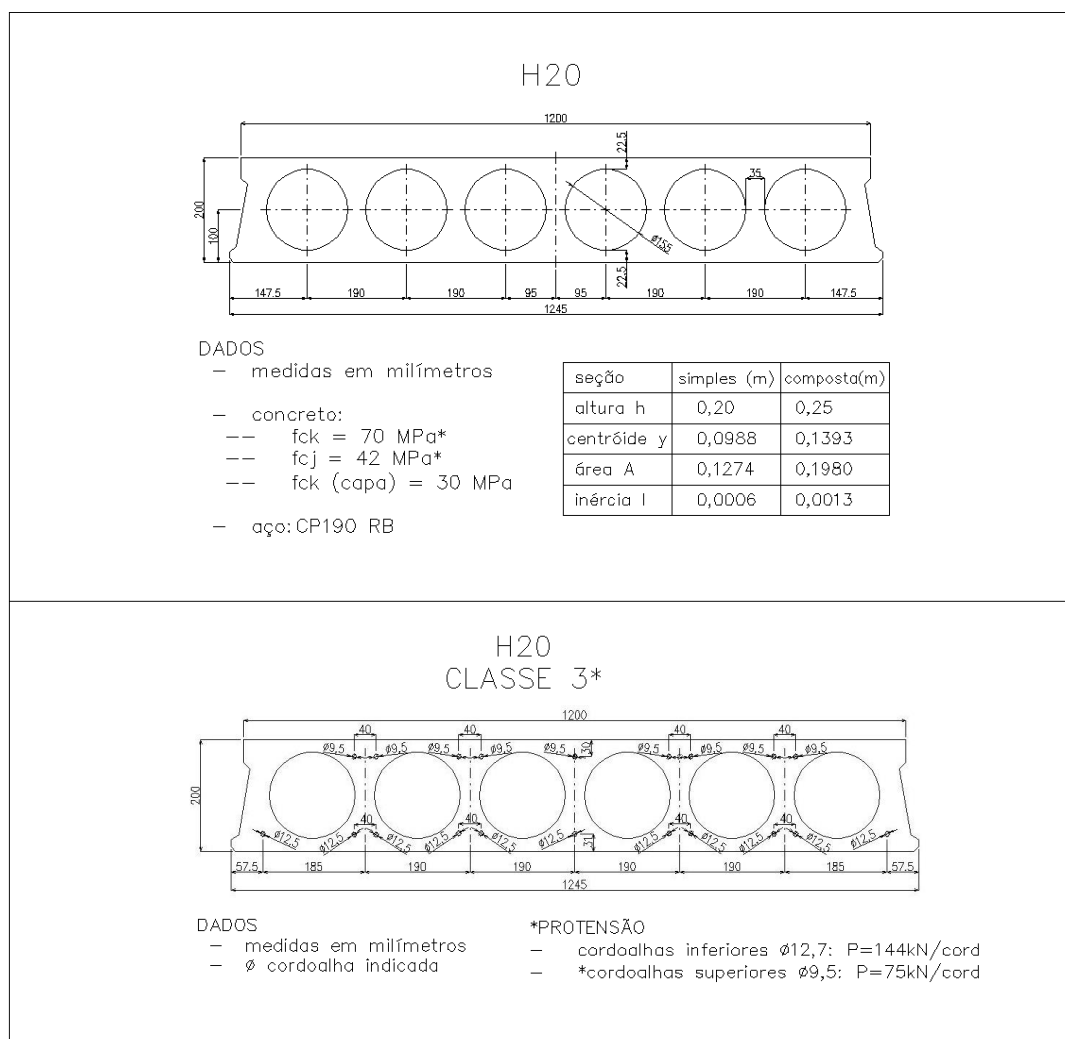


Figura 4 – Seção transversal geométrica e arranjo de cordoalhas de laje alveolar h 20 cm e classe 3* - O Autor (2019).

Para a seção de 20 cm foi definida uma classe especial, classe 3, que pudesse atender de maneira mais ampla sobrecargas e vãos maiores sem a necessidade de uma seção maior, como 26 cm por exemplo. Para isso é definido a utilização de concreto de alta resistência, com f_{ck} 70 MPa, e um arranjo de cordoalhas diferenciados, em que as cordoalhas superiores possuem diâmetro maior que as demais classes, sendo 9,5 mm. Diante disso se tornou uma classe diferenciada por não manter a padronização das demais, mas atendendo com eficiência maiores solicitações.

Resultados e discussão

A partir do entendimento da funcionalidade, produção e aplicação das lajes alveolares protendidas, foi possível dimensionar este elemento com eficiência produtiva e estrutural. Com as definições e determinações de classes de utilização, foram realizadas as devidas verificações nas planilhas de cálculo (modelo da planilha em Anexo I), através da variação de dados do elemento, ponderando a viabilidade produtiva. Com base nisso, foi desenvolvido o ábaco de desempenho de capacidade resistente em relação ao carregamento (carga acidental) e vão (figura 5), de utilização fácil e prática, objeto de estudo deste trabalho.

VÃO (m)	CARREGAMENTO - kN/m ²											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
3,0	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1
3,5	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1
4,0	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1
4,5	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-2
5,0	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-2	L16-2
5,5	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-2	L16-2	L16-2	L20-2
6,0	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-1	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L20-2
6,5	L16-1	L16-1	L16-1	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L20-2	L20-3*
7,0	L16-1	L16-1	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L20-1	L20-2	L20-3*
7,5	L16-1	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L20-1	L20-1	L20-2	L20-3*	-
8,0	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L20-1	L20-1	L20-2	L20-2	L20-2	-	-
8,5	L16-2	L16-2	L16-2	L16-2	L20-1	L20-2	L20-2	L20-2	L20-2	L20-3*	-	-
9,0	L16-2	L16-2	L20-1	L20-1	L20-2	L20-2	L20-2	L20-3*	L20-3*	L20-3*	-	-
9,5	L16-2	L20-1	L20-1	L20-2	L20-2	L20-2	L20-3*	L20-3*	-	-	-	-
10,0	L20-1	L20-1	L20-2	L20-2	L20-3*	L20-3*	L20-3*	-	-	-	-	-
10,5	L20-1	L20-2	L20-2	L20-3*	L20-3*	L20-3*	-	-	-	-	-	-
11,0	L20-2	L20-2	L20-3*	L20-3*	L20-3*	-	-	-	-	-	-	-
11,5	L20-2	L20-3*	L20-3*	L20-3*	-	-	-	-	-	-	-	-
12,0	L20-2	L20-3*	L20-3*	-	-	-	-	-	-	-	-	-

			cordoalhas		concreto	
SEÇÃO	CLASSE		inf	sup	fck	
L16-1	16	1	9x9,5		4x3,5	50 MPa
L16-2	16	2	7x12,5	2x9,5	4x3,5	50 MPa
L20-1	20	1	7x12,5		4x3,5	50 MPa
L20-2	20	2	9x12,5		7x3,5	50 MPa
L20-3*	20	3*	11x12,5		9x9,5	70 MPa

Figura 5 – Ábaco de desempenho de capacidade resistente em relação à sobrecarga e vão - O Autor (2019).

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

EL DEBS, Mounir Khalil. **CONCRETO PRÉ-MOLDADO – Fundamentos e Aplicações**. São Paulo, Oficina de Textos, 2ª Edição, 2017.

MELO, Carlos Eduardo Emrich. **Manual Munte de projetos em pré-fabricados de concreto**. São Paulo, PINI, 2ª Edição, 2007.

MIGLIORE JUNIOR, A. R. **Notas de aula – Pré-fabricados Protendidos**. 2018. Notas de aula apresentado no curso de Estruturas Protendidas, Instituto IDD, Florianópolis, SC.

ANEXO I

Página 1 de 7

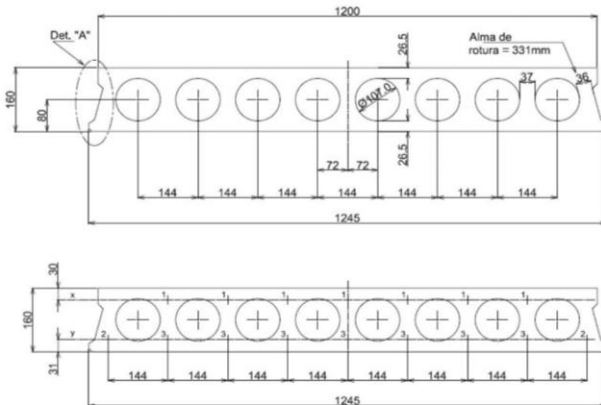
TABELA DE CÁLCULO DE LAJES ALVEOLARES

dados iniciais

Sobre Carga =	500 kgf/m ²
vão =	6,00 m

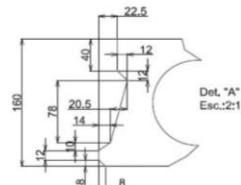
características geométricas da seção transversal

	seção	simples	composta	
	h	0,16	0,21	m
	Σbw	0,33	-	m
área conc.	Ac	0,1208	0,1894	m ²
inércia	Ic	0,0004	0,0008	m ⁴
	Y	0,0792	0,1145	m
w = l / y	Wsup 2	0,00450	0,00886	m ³
	Winf 1	0,00459	0,00739	m ³
k = w / A	Ksup 2	0,038	0,039	m
	Kinf 1	0,037	0,047	m
excentricid.	e	0,051	0,066	m
rend = k / y	rendimento	47%	41%	
seção i	αf	1,3	1,3	
	φalvéolo	0,107	-	m
	Aalvéolo	0,009	-	m ²



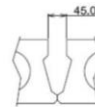
características geométricas de complementos

seção	Mesa Superior	Chaveteamento	total	
h	0,05	0,14	-	m
Σbw	1,25	0,04576	-	m
Ac	0,06225	0,006407	0,068657	m ²
Ic	0,00001297	0,00000817	0,000067	m ⁴
y	0,185	0,096	0,1767	m



características dos materiais

concreto	fck	50 MPa	→ concreto na idade j (β=0,6)
	fcj	30 MPa	
	fck (capa)	30 MPa	
	Eci	39.598 MPa	
aço	aço	CP 190 RB	→ Eci = 5,6 x √fck
	Ep	200.000 MPa	
	fptk	190 kN/cm ²	



	(mm)	força de protensão:	posição:
armadura	ativa inferior	φ	kN/cabo
	9	φ	9,5
	4	φ	3,5
	passiva (capa)	tela Q283 CA60 (#6mm c/ 10cm)	CA- 50
			Ycam1 = 13,0 cm
			Ycam2 = 3,0 cm
			0,03 m

altura posição cordoalha

considerações de carregamento / painel (125)

peso próprio	g0	3,02 kN/1,25m
capa e chavet	g1	1,72 kN/1,25m
revestimento	g2	1,25 kN/1,25m
acidental	q	6,25 kN/1,25m
acid. mont.	q0	2,5 kN/1,25m

coeficiente de majoração

carga permanente	1,3	Y
carga acidental	1,4	Y
comb. quase permanente	0,4	ψ ₂
comb. frequente	0,6	ψ ₁

esforços solicitantes de flexão máximos

	solicitação	seção	idade	característico		cálculo		
				parcial	total	parcial	total	
peso próprio	M _{g0}	simples	j	13,59	13,59	17,67	17,67	kN.m
capa e chavet	M _{g1}	simples	28	7,72	21,31	10,81	29,84	kN.m
acidental montagem	M _{q0}	simples	28	11,25	32,56	15,75	45,59	kN.m
	-M _{q0}	simples	28	-11,25	21,31	-15,75	29,84	kN.m
revestimento	M _{g2}	composta	28	5,63	26,94	7,88	37,71	kN.m
acidental	M _{iq}	composta	28	28,13	-	39,38	-	kN.m
	M _{ψ2q}	composta	28	11,25	38,19	15,75	53,46	kN.m
	M(ψ1-ψ2) _q	composta	28	5,63	43,81	7,88	61,34	kN.m
	M(1-ψ1-ψ2) _q	composta	28	11,25	55,06	15,75	77,09	kN.m

carregamentos e momentos solicitantes

	ação	carregamento	momento (Mk)	momento (Md)
		(kN/m)/peça	(kN.m)/peça	(kN.m)/peça
peso próprio	g0	3,02	13,59	17,67
capa	g1	1,72	7,72	10,81
revestimento	g2	1,25	5,63	7,88
acidental	q	6,25	28,13	39,38
acidental quase permanente	0,4*q	2,5	11,25	15,75
acidental frequente	0,5*q	3,75	16,88	23,63

tensão limite para o concreto na idade de 28 dias

f _{ck} =	5,0 kN/cm ²		
f _{ctk} =	0,55 x √f _{ck}	= 3,89 MPa	= 0,39 kN/cm ²

tensão limite para o concreto na idade do ATO de protensão

β = 0,6	f _{cATO} = f _{ckj}	= 3,00 kN/cm ²	
f _{tATO} = f _{ctkj}	= 0,55 x √f _{ckj}	= 3,01 MPa	= 0,30 kN/cm ²

homogeneização da seção transversal do meio do vão

αE _p =	E _p / E _{ci} =	5,1
-------------------	------------------------------------	-----

A _{eq} (inf) =	(αE _p - 1) * A _p =	20,4	ΣA _{eq} = 25,3
A _{eq} (sup) =	(αE _p - 1) * A _p =	4,9	

$$A_H = A_c + \Sigma A_{eq}$$

$$Y_H = [Y_1 * A_c + \Sigma (Y_{cam} * A_{eq})] / A_H$$

$$I_H = I_c + (Y_1^2 * A_c) + [\Sigma (Y_{cam}^2 * A_{eq})] - (Y_H^2 * A_H)$$

→

(inf) Y _{cam} * A _{eq} =	265,4
(sup) Y _{cam} * A _{eq} =	14,6
(inf) Y _{cam} ² * A _{eq} =	3450,3
(sup) Y _{cam} ² * A _{eq} =	43,7

seção homogeneizada

seção	simples	composta	
A _H	1.233,20	1.919,77	cm ²
I _H	36.960,0	85.048,78	cm ⁴
Y _H	7,98	11,45	cm
W _{2H}	4.611,19	8.901,05	cm ³
W _{1H}	4.628,85	7.431,03	cm ³
K _{2H}	3,75	3,87	cm
K _{1H}	3,74	4,64	cm

verificação da força de protensão máxima para cada cabo CP-190 RB na pré tração

σ _{pini} =	0,77 x 190 =	146,3 kN/cm ²	(0,77 → para pré tração)
---------------------	--------------	--------------------------	--------------------------

P max =	σ _{pini} * A _p
---------	------------------------------------

armadura ativa inferior →	φ12,7mm	A _p =	1,01 cm ²	0 cabos =	0 cm ²
P max =	147,8 kN	≥ P _{adot} =	0	verifica	
armadura ativa inferior →	φ9,5mm	A _p =	0,56 cm ²	9 cabos =	5,04 cm ²
P max =	81,9 kN	≥ P _{adot} =	75	verifica	

armadura ativa superior →	φ3,5mm	A _p =	0,3 cm ²	4 cabos =	1,2 cm ²
P max =	43,9 kN	≥ P _{adot} =	22	verifica	

$A_p =$	6,24 cm ²
---------	----------------------

determinação da posição do cabo resultante

para seção simples de meio do vão

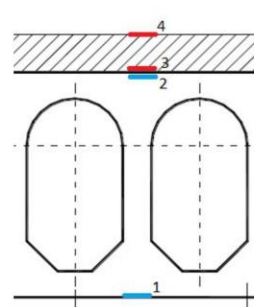
$Y_H =$ 7,98 cm

camada	Y (cm)	Pini (kN)	YxPini (kN.cm)
2	13	88	1.144
1	3	675	2.025
Σ		763	3.169

cabo resultante

Pres =	763 kN
Yres =	4,2 cm
ep =	3,8 cm

$$\begin{aligned} \rightarrow Y_{res} &= Y_{Pini} / P_{ini} \\ \rightarrow e_p &= Y_H - Y_{res} \end{aligned}$$



para seção composta no meio do vão

a posição do cabo resultante (Yres) não muda

a excentricidade do cabo é alterada devido à mudança de posição do CG

$$e_p = 7,3 \text{ cm} \quad \rightarrow \quad e_p = Y_{FH} - Y_{res}$$

perdas de protensão

perdas imediatas =	5%
perdas progressivas =	20%

$$\begin{aligned} \rightarrow \gamma_{pi} &= 0,95 \\ \rightarrow \gamma_{pp} &= 0,80 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{perdas estimadas} \\ \text{para pré tração} \end{array}$$

tensões devido à ação permanente de peso próprio g0

seção simples - meio do vão

$\sigma_{2g0} =$	-0,29 kN/cm ²
$\sigma_{1g0} =$	0,29 kN/cm ²

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma_{2g0} &= - (M_{g0} / W_{H2}) \\ \rightarrow \sigma_{1g0} &= + (M_{g0} / W_{H1}) \end{aligned}$$

acréscimo de tensões permanentes durante a montagem g1

seção simples - meio do vão

$\sigma_{2g1} =$	-0,168 kN/cm ²
$\sigma_{1g1} =$	0,167 kN/cm ²

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma_{2g1,2} &= - (\Sigma M_{gi} / W_{H2}) \\ \rightarrow \sigma_{1g1,2} &= + (\Sigma M_{gi} / W_{H1}) \end{aligned}$$

acréscimo de tensões devido à ação permanente após a montagem g2

seção composta - meio do vão

$W_m =$	18.671,9 cm ³
$\alpha_{ec} =$	0,77

$$\begin{aligned} \rightarrow W_m &= I_H / (h_s - y_{1h}) \\ \rightarrow \alpha_{ec} &= (E_{CML} / E_{CPM}) = \sqrt{(f_{ck,CML} / f_{ck,CPM})} \end{aligned}$$

(concreto moldado in loco / concreto pré moldado)

$\sigma_{4g2} =$	-0,049 kN/cm ²
$\sigma_{3g2} =$	-0,023 kN/cm ²
$\sigma_{2g2} =$	-0,030 kN/cm ²
$\sigma_{1g2} =$	0,076 kN/cm ²

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma_{4g2} &= - \alpha_{ec} (M_{g2} / W_{2H}) \\ \rightarrow \sigma_{3g2} &= - \alpha_{ec} (M_{g2} / W_M) \\ \rightarrow \sigma_{2g2} &= - (M_{g2} / W_M) \\ \rightarrow \sigma_{1g2} &= + (M_{g2} / W_{1H}) \end{aligned}$$

acréscimo de tensões devido à ação acidental q

seção composta - meio do vão

$\sigma_{4q} =$	-0,24 kN/cm ²
$\sigma_{3q} =$	-0,12 kN/cm ²
$\sigma_{2q} =$	-0,15 kN/cm ²
$\sigma_{1q} =$	0,38 kN/cm ²

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma_{4q} &= - \alpha_{ec} (M_q / W_{2H}) \\ \rightarrow \sigma_{3q} &= - \alpha_{ec} (M_q / W_M) \\ \rightarrow \sigma_{2q} &= - (M_q / W_M) \\ \rightarrow \sigma_{1q} &= + (M_q / W_{1H}) \end{aligned}$$

tensões devido à protensão no ATO

seção simples - meio do vão

PATO =	724,85 kN
--------	-----------

$$\rightarrow PATO = \gamma_{pi} \times P_{ini}$$

$\sigma_{2P} =$	0,01 kN/cm ²
$\sigma_{1P} =$	-1,19 kN/cm ²

$$\begin{aligned} \rightarrow \sigma_{2P} &= - (PATO / A) \times [1 - (e_p / k_1)] \\ \rightarrow \sigma_{1P} &= - (PATO / A) \times [1 + (e_p / k_1)] \end{aligned}$$

acréscimo de tensões devido às perdas progressivas de protensão

seção composta - meio do vão

$\Delta P =$	-144,97 kN
--------------	------------

$$\rightarrow \Delta P = - (1 - \gamma_{pp}) \times P_{ATO}$$

$\sigma_{4\Delta P} =$	-0,033 kN/cm ²
------------------------	---------------------------

$$\rightarrow \sigma_{4\Delta P} = - \alpha_{ec} \times (\Delta P / A) \times [1 - (e_p / k_1)]$$

$\sigma_{3\Delta P} =$	0,015 kN/cm ²
------------------------	--------------------------

$$\rightarrow \sigma_{3\Delta P} = - \alpha_{ec} \times (\Delta P / A) \times [1 - (A \times e_p / W_M)]$$

$\sigma_{2\Delta P} =$	0,019 kN/cm ²
------------------------	--------------------------

$$\rightarrow \sigma_{2\Delta P} = - (\Delta P / A) \times [1 - (A \times e_p / W_M)]$$

$\sigma_{1\Delta P} =$	0,218 kN/cm ²
------------------------	--------------------------

$$\rightarrow \sigma_{1\Delta P} = - (\Delta P / A) \times [1 + (e_p / k_2)]$$

resumo de acréscimos de tensão para seção meio do vão

	ação	posição			
		4	3	2	1
protensão	P	-	-	0,01	-1,19
peso próprio	g0	-	-	-0,29	0,29
capa	g1	-	-	-0,17	0,17
revestimento	g2	-0,05	-0,02	-0,03	0,08
perdas	ΔP	-0,03	0,01	0,02	0,22
SC	q	-0,24	-0,12	-0,15	0,38

kN/m²

coeficientes - verificações em serviço

$\gamma_{ATO} =$	1,0	$\rightarrow$ pré tensão
$k_c =$	0,7	$\rightarrow$ ELS - CE (compressão excessiva)
$k_t =$	0	$\rightarrow$ ELS - D (descompressão)
$k_t =$	0,7	$\rightarrow$ ELS - F (formação de fissura)
$\alpha_F =$	1,5	$\rightarrow$ seção RET
$\alpha_F =$	1,3	$\rightarrow$ seção I
$\alpha_F =$	1,2	$\rightarrow$ seção T

verificação de tensões elásticas no ATO da protensão

seção simples - meio do vão

$\sigma_2 =$	$\gamma_{ATO} \times \sigma_{2P} + \sigma_{2g0}$	$\leq$	$\alpha_F \times k_t \times f_{ctkj}$	$\rightarrow$ (ELS - F)
$\sigma_2 =$	-0,28	$\leq$	0,27	VERIFICA !

$\sigma_1 =$	$\gamma_{ATO} \times \sigma_{1P} + \sigma_{1g0}$	$\geq$	$-k_c \times f_{ckj}$	$\rightarrow$ (ELS - CE)
$\sigma_1 =$	-0,89	$\geq$	-2,10	VERIFICA !

verificação de tensões elásticas para CF

seção composta - meio do vão - perfil pré fabricado

$\sigma_2 =$	$\sigma_{2P} + \sigma_{2g0} + \sigma_{2g1} + \sigma_{2g2} + \sigma_{2\Delta P} + \psi_1 \times \sigma_{2q}$	$\geq$	$-k_c \times f_{ck}$	$\rightarrow$ (ELS - CE)
$\sigma_2 =$	-0,55	$\geq$	-3,50	VERIFICA !

$\sigma_1 =$	$\sigma_{1P} + \sigma_{1g0} + \sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \sigma_{1\Delta P} + \psi_1 \times \sigma_{1q}$	$\leq$	0	$\rightarrow$ (ELS - D)
$\sigma_1 =$	-0,21	$\leq$	0	VERIFICA !

verificação de tensões elásticas para CR

seção composta - meio do vão - perfil pré fabricado

$\sigma_2 =$	$\sigma_{2P} + \sigma_{2g0} + \sigma_{2g1} + \sigma_{2g2} + \sigma_{2\Delta P} + \sigma_{2q}$	$\geq$	$-k_c \times f_{ck}$	$\rightarrow$ (ELS - CE)
$\sigma_2 =$	-0,61	$\geq$	-3,50	VERIFICA !

$\sigma_1 =$	$\sigma_{1P} + \sigma_{1g0} + \sigma_{1g1} + \sigma_{1g2} + \sigma_{1\Delta P} + \sigma_{1q}$	$\leq$	0	$\rightarrow$ (ELS - D)
$\sigma_1 =$	-0,06	$\leq$	0	VERIFICA !

verificação de tensões elásticas para CR

seção composta - meio do vão - mesa moldada no local

$\sigma_4 =$	$\sigma_{4g2} + \sigma_{4\Delta P} + \sigma_{4q}$	$\geq$	$-k_c \times f_{ck.M}$	$\rightarrow$ (ELS - CE)
$\sigma_4 =$	-0,33	$\geq$	-2,10	VERIFICA !

$\sigma_3 =$	$\sigma_{3g2} + \sigma_{3\Delta P} + \sigma_{3q}$	$\geq$	$-k_c \times f_{ck.M}$	$\rightarrow$ (ELS - CE)
$\sigma_3 =$	-0,13	$\geq$	-2,10	VERIFICA !

a armadura ativa adotada **ATENDE** a situação de protensão completa

verificação em vazio

$-1,2 f_{ct} \leq \sigma \leq 0,7 f_{ck}$	→ tensão limite que permite tração
$0 \leq \sigma \leq 0,7 f_{ck}$	→ tensão limite que não permite tração
0,7 fck =	21 MPa
0,7 fck =	21.000 kN/m ²
-1,2 fct = -	4,67 MPa
-1,2 fct = -	4.666,9 kN/m ²

σ_{pi} =	138,99 kN/m ²	
N_{plnf} =	700,48 kN	→ protensão inferior
M_{plnf} =	35,58 kN.m	→ $M_p = N_p \times e$
N_{psup} =	166,78 kN	→ protensão superior
M_{psup} =	8,47 kN.m	→ $M_p = N_p \times e$
M_{go} =	13,59 kN.m	

efeito da protensão inferior

σ_1 =	13.558,56 kN/m ²	→ $\sigma_1 = (N_p \times A) + (M_p / W_1)$
σ_2 =	- 2.117,20 kN/m ²	→ $\sigma_2 = (N_p \times A) - (M_p / W_2)$

efeito da protensão superior

σ_1 =	3.228,23 kN/m ²	→ $\sigma_1 = (N_p \times A) + (M_p / W_1)$
σ_2 =	- 504,10 kN/m ²	→ $\sigma_2 = (N_p \times A) - (M_p / W_2)$

ação do peso próprio

σ_1 =	- 2.947,01 kN/m ²
σ_2 =	2.935,76 kN/m ²

verificação no meio do vão

σ_1 =	7.383,33 kN/m ²	VERIFICA !
σ_2 =	1322,65 kN/m ²	VERIFICA !

verificação próxima aos apoios

l_{bpt} =	0,75 m	→ $l_{bpt} = (7 \times 0,5 \times 1,25 \times \phi \times \sigma_{pi}) / (36 \times f_{bpd})$
f_{bpd} =	2,15	

l_{bpd} =	0,48 m	→ $l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 \times l_{bpt})^2} \geq l_{bpt}$
l_{bpd} =	0,75 m	distância de regularização das tensões

M =	5,92 kN.m	→ $M = [(p \times l)/2] \times X - p \times X \times (X/2)$
-------	-----------	---

σ_1 =	- 1.290,06 kN/m ²	→ tensões referente ao peso próprio
σ_2 =	1.316,12 kN/m ²	

σ_1 =	9.040,28 kN/m ²	VERIFICA !
σ_2 =	-296,99 kN/m ²	VERIFICA !

rigidez da peça no ATO de protensão

seção simples homogenizada

P_{ini} =	763 kN
γ_{pi} =	0,95
e_p =	3,8 cm

$M_{v\tilde{A}O}$ = -	27,77 kN.m	→ $M_{v\tilde{A}O} = -\gamma_{pi} \times P_{ini} \times e_p$ (momento devido a protensão)
-----------------------	------------	---

concreto na idade de 28 dias →	E_{ci} = 39.598 Mpa	→ $E_{ci} = 5,6 \times \sqrt{f_{ck}}$
concreto na idade j ($\beta=0,6$) →	E_{cij} = 30.672 Mpa	→ $E_{cij} = \sqrt{\beta} \times E_{ci}$

EI_{ATO} =	11.336,5 kN.m ²	→ $EI_{ATO} = E_{cij} \times I_h$
--------------	----------------------------	-----------------------------------

rigidez da peça após 28 dias

seção simples homogenizada

$EI_s =$	14.635,4 kN.m ²	$\rightarrow EI_s = E_{ci} \times I_{SH}$
----------	----------------------------	---

rigidez da peça

seção composta homogenizada

$EI_F =$	33.677,6 kN.m ²	$\rightarrow EI_F = E_{ci} \times I_{FH}$
----------	----------------------------	---

flecha devido à protensão

$a_p =$	-11,0 mm	$\rightarrow a_p = (M_{VAO} \times L^2) / (8 \times EI_{ATO})$
---------	----------	--

flecha devido à ação do peso próprio g_0

$a_{g0} =$	4,5 mm	$\rightarrow a_{g0} = (M_{g0} \times L^2) / (9,6 \times EI_{ATO})$
------------	--------	--

contra flecha prevista no ATO de protensão

$a_{ATO} =$	-6,5 mm	$\rightarrow a_{ATO} = a_p - a_{g0}$
$ a_{ATO} \text{ (máx)} =$	17,1 mm	$\rightarrow a_{ATO} \leq (L / 350) \text{ (verificação)}$
VERIFICA !		

acréscimo de flecha permanente com seção simples

$\Delta a_{g1} =$	2,0 mm	$\rightarrow \Delta a_{g1} = (\Sigma M_g \times L^2) / (9,6 \times EI_s)$
-------------------	--------	---

acréscimo de flecha permanente com seção composta

$\Delta a_{g2} =$	0,6 mm	$\rightarrow \Delta a_{g2} = (M_{g2} \times L^2) / (9,6 \times EI_F)$
-------------------	--------	---

acréscimo de flecha devido às ações acidentais totais

$a_q =$	3,1 mm	$\rightarrow a_q = (M_q \times L^2) / (9,6 \times EI_F)$
---------	--------	--

verificação de vibração excessiva (ELS-VE)

$a_q =$	12,0 mm	$\rightarrow a_q \leq (L / 500) \text{ (verificação)}$
3,1	$\leq$	12,0
VERIFICA !		

acréscimo de flecha devido às perdas progressivas de protensão

$M_{VAO} =$	10,57 kN.m	$\rightarrow M_{VAO} = \Delta P \times e_p$
$a_p =$	1,4 mm	$\rightarrow a_p = (M_{VAO} \times L^2) / (8 \times EI_F)$

flecha permanente inicial estimada, após perdas progressivas

$a_{ig} =$	- 2,5 mm	$\rightarrow a_{ig} = a_{ATO} + \Delta a_{g1} + \Delta a_{g2} + a_p$
------------	----------	--

flecha final estimada

$a_f =$	- 4,5 mm	$\rightarrow a_f = a_{ig} \times (1 + \alpha_f) + (\Psi_2 \times a_q)$
$ a_f \text{ (máx)} =$	24,0 mm	$\rightarrow a_f \leq (L / 250) \text{ (verificação)}$
VERIFICA !		

capacidade resistente no ELU

seção composta homogeneizada

seção meio de vão

armadura simples com atuação do cabo resistente

mesa C30 - $y_c =$	1,4
alma C50 - $y_c =$	1,3
CA-50 - $y_s =$	1,15

$\lambda =$	0,8
$\alpha_c =$	0,85

transformação para seção resistente de CA com aço CA-50

$f_{pyd} =$	148,7 kN/cm ²	$\rightarrow f_{pyd} = 0,9 \times (f_{pyk} / \gamma_s)$
$R_p =$	927,9 kN	$\rightarrow R_p = A_p \times f_{pyd}$

$f_{yd} =$	43,5 kN/cm ²	$\rightarrow f_{pyd} = (f_{yk} / \gamma_s)$
$R_s =$	0	

$A_{eq} =$	21,34 cm ²	$\rightarrow A_{eq} = A_s + (R_p / f_{yd})$
------------	-----------------------	---

$R_p + R_s =$	927,9 kN
---------------	----------

$d_{eq} =$	16,8 cm	$\rightarrow d_{eq} = d_p = h_f - \gamma_{res}$
------------	---------	---

posição da Linha Neutra

admitindo seção Falso T (LN no ELU acima do topo de alvéolos)

$\beta_x =$	0,3	$\rightarrow \beta_x = (R_p + R_s) / (\lambda \times \alpha_c \times f_{cd} \times b \times d_{eq})$
-------------	-----	--

$x =$	5,1 cm	$\rightarrow x = \beta_x \times d_{eq}$ (posição da linha neutra - tangenciando a linha de topo de alvéolos)
-------	--------	--

momento resistente no ELU

$M_R =$	13.733,1 kN.cm	$\rightarrow M_R = \lambda \times \alpha_c \times f_{cd} \times b \times d_{eq}^2 \times \beta_x \times [1 - ((\lambda/2) \times \beta_x)]$
$M_R =$	137,3 kN.m	

momento solicitante no ELU

$M_d =$	75,7 kN.m	$\rightarrow M_d = \gamma \times M_{G0} + \gamma \times (\sum M_E + M_A)$
---------	-----------	---

VERIFICA !

força cortante solicitante máxima

$V_s =$	36,71 kN	$\rightarrow V = (4 \times M) / L$
---------	----------	------------------------------------

força cortante resistente

$V_r =$	71,849 kN	$\rightarrow V_r = (\tau_{wu} \times b_w \times d) / \gamma_f$
---------	-----------	--

VERIFICA !

$d =$	18 cm		
$b_w =$	33,47 cm		
$k =$	1,42	verifica	$\rightarrow k = 1,6 - d > 1,0$
$\rho_p =$	1,04%		$\rightarrow \rho_p = A_{sp} / (d \times (b_w + n_a \times \phi_a))$
$\sigma_{cg} =$	0,28 kN/cm ²		$\rightarrow \sigma_{cg} = (0,9 \times N_p) / (A_c + 0,4 \times A_{ca})$
$\tau_{rd} =$	0,055 kN/cm ²		$\rightarrow \tau_{rd} = [0,25 \times 0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{(1/3)}] / \gamma_c$
$\tau_{wu} =$	0,167 kN/cm ²		$\rightarrow \tau_{wu} = \tau_{rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_p) + 0,15 \times \sigma_{cg}$

(taxa geométrica de armadura de protensão) $\rightarrow$
na x $\phi_a = 0$ (se não houver preenchimento de alvéolo)

A_{ca} = área da seção transversal de concreto com o preenchimento de alvéolo

determinação do pré-alongamento

$\epsilon_{pini} =$	6,11 ‰	$\rightarrow \epsilon_{pini} = P_{ini} / (E_p \times A_p)$
$\eta =$	2,20	$\rightarrow \eta = 1 + [(A \times e_p^2) / I]$
$\epsilon_{pn} =$	4,66 ‰	$\rightarrow \epsilon_{pn} = \gamma_p \times \gamma_{pi} \times \gamma_{pp} \times \epsilon_{pini} \times (1 + \alpha_{eP} \times \rho_p \times \eta)$

acréscimo de deformação no cabo aderente inferior devido à flexão no ELU

$\Delta \epsilon_p =$	8,03 ‰	$\rightarrow \Delta \epsilon_p = [(d_{eq} - \beta_x) / \beta_x] \times \epsilon_c$
		$\rightarrow \epsilon_c = 3,5 ‰$

deformação total da armadura ativa

$\epsilon_p =$	12,69 ‰	$\rightarrow \epsilon_p = \epsilon_{pn} + \Delta \epsilon_p$
$\epsilon_{pyd} =$	7,43 ‰	$\rightarrow \epsilon_{pyd} = f_{pyd} / E_p$
		$\rightarrow \epsilon_p > \epsilon_{pyd}$

VERIFICA !